Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Abril - Julio 2001

Nombre: ______________________

Carnet: ______________ Sección: _____

MA-2113—Primer Parcial—

1. Sea V el sólido acotado por las superficies $S_1 = \{(x, y, z)/x^2 + y^2 + z^2 = 9\}$ $S_2 = \{(x, y, z)/x^2 + y^2 = z^2,\ z > 0\}$ $S_3 = \{(x, y, z)/x^2 + y^2 \leq 1,\ z = 1\}$. Sea $S = \partial V$ la superficie frontera del sólido V con la orientación exterior, $F(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Calcule (13 puntos.)

$$\int_{\partial V} F \cdot dS$$

2. Sea S la porción de la superficie $x^2 + (y - R)^2$ tal que $0 \leq z \leq R$ y $x^2 + y^2 + z \geq 4R^2$. Halle el área de S. (12 puntos.)

3. Halle las soluciones de la ecuación $\tan z = \frac{i}{2}$, para $z \in \mathbb{C}$. (10 puntos.)

4. Para cada una de las siguientes afirmaciones determine, justificando su respuesta, si es verdadera o falsa: (15 puntos.)

   a) Si $z \in \mathbb{C}$ y $\left(z + \frac{1}{z}\right) \in \mathbb{R}$, entonces $|z| = 1$ o Im $z = 0$

   b) Si C es una curva cerrada

   $$\int_C (y^2 \cos x + z^3)dx + (2y \operatorname{sen} x - 4)dy + (3xz^2 + 2)dz = 0$$

   c) La divergencia de un campo vectorial es otro campo vectorial.

   d) Sea S la superficie orientada tal que ∂S es una circunferencia. Si F es un campo C^1 en S, cuyo rotacional es cero, entonces la circulación de F alrededor de ∂S es cero.

   e) Considere la superficie parametrizada por

   $$\begin{aligned} x &= u \cos v \\ y &= u \operatorname{sen} v \quad u \geq 0 \quad 0 \leq v \leq 2\pi \\ z &= u \end{aligned}$$

   El plano tangente a esta superficie en $(0, 0, 0)$ es $-x + z = 0$